

# 频率选择性信道下的 MIMO 收发机联合设计

韩圣千, 杨晨阳

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 研究了频率选择性信道下非块传输多天线系统的线性空间收发机联合设计问题, 提出了基于最小均方误差准则 (MMSE) 的联合最优收发算法。为了避免 MMSE 算法所需要的收发机迭代计算, 还给定 MMSE 接收机, 提出了一种低复杂度的串行搜索迫零 (ZF-SS) 发射预编码, 它能够采用多天线提供的空间资源减小或消除多径信道带来的符号间干扰。仿真分析表明, MMSE 算法和 ZF-SS 算法在高信噪比下的性能明显优于现有的基于特征值的波束形成算法。

**关键词:** 多天线系统; 频率选择性信道; 联合收发机设计; 特征波束形成

中图分类号: TN914

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2010)01-0030-07

## Joint linear transceiver design over MIMO frequency selective channels

HAN Sheng-qian, YANG Chen-yang

(School of Electronics and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The problem of joint linear spatial Tx-Rx design was investigated for multiple-antenna non-block transmission systems over frequency selective channels. A minimum mean square error (MMSE) criterion based linear transceiver was proposed. To avoid the iterative computation between the transmitter and receiver involved in the joint MMSE Tx-Rx design, a low-complexity transceiver given a MMSE receiver called successive searching zero-forcing (ZF-SS) algorithm was proposed, which exploits spatial resources to mitigate or eliminate the inter-symbol-interference caused by multi-path channels. Simulation results show that both the MMSE algorithm and the ZF-SS algorithm outperform the existing eigenvalue based beamformer for high signal-to-noise ratio (SNR).

**Key words:** multiple antenna systems; frequency selective channels; joint Tx-Rx design; eigenvalue based beamforming

### 1 引言

多输入多输出 (MIMO, multiple-input multiple-output) 和多载波调制技术已被广泛应用于各种宽带无线通信系统中。MIMO 技术能够有效地对抗无线衰落信道对传输可靠性的影响, 并且能够显著提高系统容量<sup>[1,2]</sup>。多载波调制技术<sup>[3]</sup>, 例如正交频分复用 (OFDM, orthogonal frequency division

multiplexing) 技术, 能够把整个带宽上的频率选择性信道转变为每个子载波上的平坦衰落信道<sup>[4,5]</sup>, 从而消除多径信道带来的符号间干扰 (ISI, inter-symbol-interference)。对 MIMO 技术的研究通常只针对平坦衰落信道, 通过把 MIMO 技术与 OFDM 技术相结合, 即可直接将研究结果推广到频率选择性信道中。虽然 OFDM 等多载波技术能够有效地消除多径信道的影响, 但是同时也带来了高峰均功率

收稿日期: 2009-08-26; 修回日期: 2009-11-09

基金项目: 国际科技合作项目 (2008DFA12100)

**Foundation Item:** The International S&T Cooperation Program of China (2008DFA12100)

比等问题。因此，单载波传输方案仍被应用于很多无线通信系统中<sup>[6,7]</sup>，例如 TD-SCDMA 系统和 LTE 系统的上行传输方案<sup>[8]</sup>。

为了继承 OFDM 系统的优点，很多单载波传输方案采用基于循环前缀的块传输结构。在时延扩展很大的室外多径信道中，为避免 ISI 所需要的循环前缀往往很长，这不仅将降低系统的频谱效率，还将降低系统的能量效率。因此，研究非块传输单载波系统的收发机设计问题仍然具有重要的实际意义。

当发射机和接收机都已知信道信息时，可以通过对发射端的预编码和接收端的处理器联合进行优化设计，或者给定接收机、优化设计预编码来提高系统的性能<sup>[9]</sup>。对于平坦衰落信道，最优的 MIMO 预编码首先将空间信道分解为多个正交子信道，然后对每个子信道进行最优功率分配<sup>[1,10]</sup>。在频率选择性信道下，当采用非块传输系统时，由于不存在一个空域预编码能够在所有可分辨多径上把空间信道同时正交化，因此在平坦衰落信道下得到的预编码不能直接应用于频率选择信道下的单载波系统中。为了解决这个问题，人们提出了各种基于不同设计准则的空时联合预编码<sup>[11~13]</sup>。文献[11]通过 Z 域变换把频率选择性 MIMO 信道描述为多项式矩阵，然后采用宽带特征分解方法<sup>[12]</sup>设计出空时联合发射预编码，从而将所有多径信道同时在空域进行正交化。文献[13]研究了块传输系统的预编码设计问题，基于不同的准则分别提出了各种空时联合预编码技术。理论上，最优空时联合预编码的性能与 MIMO-OFDM 完全相同<sup>[13]</sup>，但由于通常需要进行高维矩阵运算，因此其计算复杂度很高。

本文研究频率选择性信道下单用户 MIMO 非块传输系统中的收发机联合设计问题。为了降低实现复杂度，本文在接收机采用有限长度的线性均衡器，在发射端采用只进行空域处理的线性预编码。

我们首先以最小均方误差（MMSE）为设计准则，通过凸优化方法提出一种新的收发机联合设计方案，称为 MMSE 算法。由于 MMSE 算法需要进行复杂的收发机迭代计算，进一步提出给定 MMSE 接收机、利用空间资源来删除多径分量的迫零（ZF）算法。ZF 算法能够减弱甚至消除 ISI，但同时也会损失期望信号的能量，所以需要合理挑选出应被删除的多径分量。通过穷举搜索（exhaustive searching）能够获得最优的挑选结果，但是它的搜索空间很大，为此提出一种基于串行搜索（successive

searching）的迫零算法（ZF-SS）。与基于穷举搜索的迫零算法（ZF-Exh）相比，ZF-SS 算法能够以较低的复杂度获得与其相当的性能。仿真结果表明，本文所提出的 MMSE 算法和 ZF-SS 算法的性能在高信噪比条件下均明显优于在单载波 MIMO 系统（如 MIMO 码分多址系统）中常用的基于特征值的波束形成算法（EBB）<sup>[14]</sup>。

本文所采用的数学符号定义如下：黑体大写、黑体小写和正常小写字母分别表示矩阵、列向量和标量，上标  $(\cdot)^T$  和  $(\cdot)^H$  分别表示对矩阵或向量进行转置和共轭转置， $\mathbf{I}$  表示单位矩阵， $\mathbf{0}$  表示全零矩阵或向量， $\text{vec}(\mathbf{A})$  表示对矩阵  $\mathbf{A}$  按列拉直， $\text{tr}(\mathbf{A})$  和  $\det(\mathbf{A})$  分别表示矩阵  $\mathbf{A}$  的迹和行列式，符号  $\cup$  和  $\cap$  分别表示 2 个集合的并集和交集运算。

## 2 系统模型

考虑图 1 所示的单用户 MIMO 系统， $S$  路独立数据流构成的向量  $\mathbf{s}$  通过发射端空间预编码矩阵  $\mathbf{P}$  映射到  $M$  个发射天线，发射信号向量  $\mathbf{x}$  经过频率选择性信道  $\mathbf{H}$  到达  $N$  个接收天线，然后接收机采用线性均衡器  $\mathbf{W}$  进行数据解调。

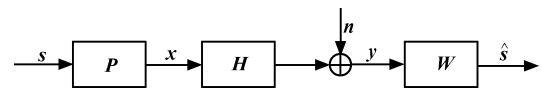


图 1 MIMO 系统收发模型

图 2 给出了非块传输系统的收发信号时序结构。

考虑块衰落频率选择性信道，在信道相干时间内假定信道保持不变，在不同的相干时间段间信道统计独立。假设每个发射天线与每个接收天线间的信道均有  $L$  条可分辨的多径，每条可分辨多径对应的 MIMO 信道矩阵分别为  $\mathbf{H}_l \in \mathcal{C}^{N \times M}$ ， $l=1, \dots, L$ 。假设发射机和接收机均已知理想的信道信息。

第  $k$  时刻的接收信号可以表示为

$$\mathbf{y}_k = [\mathbf{H}_1 \mathbf{P}, \dots, \mathbf{H}_L \mathbf{P}] \begin{bmatrix} s_k^T, \dots, s_{k-L+1}^T \end{bmatrix} + \mathbf{n}_k \quad (1)$$

其中， $\mathbf{y}_k$  是  $N \times 1$  维接收信号， $\mathbf{P}$  是  $M \times S$  维空间预编码矩阵， $\mathbf{n}_k \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$  是  $N \times 1$  维统计独立同分布加性白高斯噪声。

假设接收端线性均衡器的长度为  $L_q$ ，且  $L_q \geq L$ ，则包含期望信号  $s_k$  在内的连续  $L_q$  个时刻的接收信号  $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_k, \dots, \mathbf{y}_{k+L_q-1}]$  可以表示为

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (2)$$

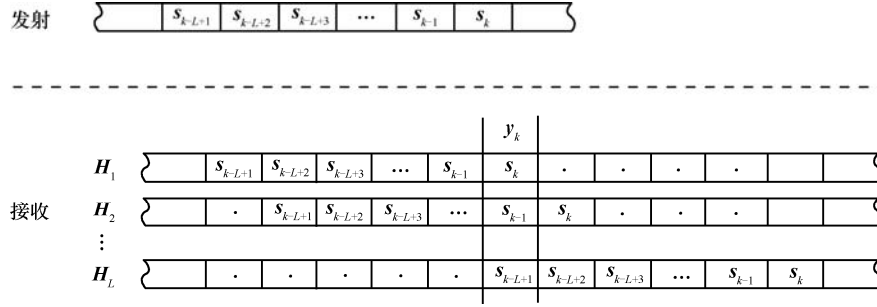


图 2 非块传输系统的收发信号时序结构

其中,  $\mathbf{y} = \text{vec}(\mathbf{Y})$ ,  $\mathbf{s} = [s_{k-L+1}^T, \dots, s_{k+L_q-1}^T]^T \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$  是  $S(L_q + L - 1) \times 1$  维统计独立同分布复高斯随机变量,  $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$  是  $NL_q \times 1$  维统计独立同分布加性白高斯噪声,  $\Phi$  是  $NL_q \times S(L_q + L - 1)$  维分块行循环矩阵

$$\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_L \mathbf{P} & \dots & \mathbf{H}_1 \mathbf{P} & \mathbf{0} & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_L \mathbf{P} & \dots & \mathbf{H}_1 \mathbf{P} & \mathbf{0} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{H}_L \mathbf{P} & \dots & \mathbf{H}_1 \mathbf{P} \end{bmatrix} \quad (3)$$

把  $\Phi$  进一步划分为分块矩阵, 即  $\Phi = [\mathbf{B}_{k-L+1} \mathbf{P}, \dots, \mathbf{B}_{k+L_q-1} \mathbf{P}]$ , 其中  $\mathbf{B}_i$  是  $NL_q \times M$  维子矩阵,  $i = k - L + 1, \dots, k + L_q - 1$ , 则可以把式(2)中的接收信号表示为期望信号  $s_k$  与干扰和噪声之和:

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}_k \mathbf{P} s_k + \sum_{\substack{i=k-L+1 \\ i \neq k}}^{k+L_q-1} \mathbf{B}_i \mathbf{P} s_i + \mathbf{n} \quad (4)$$

接收信号经过维数为  $S \times NL_q$  的线性均衡矩阵  $\mathbf{W}$  后即可得到期望信号  $s_k$  的估计值:

$$\hat{s}_k = \mathbf{W} \mathbf{B}_k \mathbf{P} s_k + \sum_{\substack{i=k-L+1 \\ i \neq k}}^{k+L_q-1} \mathbf{W} \mathbf{B}_i \mathbf{P} s_i + \mathbf{W} \mathbf{n} \quad (5)$$

### 3 收发端联合 MMSE 算法

基于式(5)给出的信号模型, 系统的和均方误差 (SMSE, sum MSE) 可以表示为

$$\begin{aligned} SMSE &= E \left\{ \left( \hat{s}_k - s_k \right)^H \left( \hat{s}_k - s_k \right) \right\} \\ &= \text{tr} \left( (\mathbf{W} \mathbf{B}_k \mathbf{P} - \mathbf{I})(\mathbf{W} \mathbf{B}_k \mathbf{P} - \mathbf{I})^H + \right. \\ &\quad \left. \mathbf{W} \left( \sum_{i \neq k} \mathbf{B}_i \mathbf{P} \mathbf{P}^H \mathbf{B}_i^H + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{W}^H \right) \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $E\{\cdot\}$  对发射信号  $\mathbf{s}$  和白高斯噪声  $\mathbf{n}$  计算

数学期望, 并假设发射信号之间相互统计独立且能量为 1, 即满足  $E\{s_k s_k^H\} = \mathbf{I}$ 。

假设接收端均衡矩阵  $\mathbf{W} = \beta \bar{\mathbf{W}}$ , 则基于 MMSE 准则的收发机联合优化设计问题可以描述为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{P}, \bar{\mathbf{W}}, \beta} \quad & SMSE \\ \text{s.t.} \quad & \text{tr}(\mathbf{P} \mathbf{P}^H) \leq P \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $\beta$  是一个标量,  $P$  是最大发射功率。

这是一个关于  $\mathbf{P}$ 、 $\bar{\mathbf{W}}$  和  $\beta$  的多维联合优化问题。通过附录中的推导, 可以得到在给定  $\bar{\mathbf{W}}$  时的最优发射端预编码为

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\beta} \bar{\mathbf{P}} \quad (8)$$

其中,  $\bar{\mathbf{P}} = \left( \sum_i \mathbf{B}_i^H \bar{\mathbf{W}}^H \bar{\mathbf{W}} \mathbf{B}_i + \frac{\sigma^2 \text{tr}(\bar{\mathbf{W}}^H \bar{\mathbf{W}})}{P} \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{B}_k^H \bar{\mathbf{W}}^H$ ,

$\beta = \sqrt{\frac{\text{tr}(\bar{\mathbf{P}}^H \bar{\mathbf{P}})}{P}}$ 。在给定  $\mathbf{P}$  和  $\beta$  时, 最优的  $\bar{\mathbf{W}}$  为

$$\bar{\mathbf{W}} = \frac{1}{\beta} \mathbf{P}^H \mathbf{B}_k^H \left( \sum_i \mathbf{B}_i \mathbf{P} \mathbf{P}^H \mathbf{B}_i^H + \sigma^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \quad (9)$$

由式(8)和式(9)即可得到迭代求解发射端预编码和接收端均衡器的算法, 其具体实现过程由表 1 给出。

表 1 收发端联合 MMSE 算法实现流程

初始化: 设置  $\bar{\mathbf{W}}$  为由  $NL_q \times NL_q$  维单位矩阵的前  $S$  行构成的  $S \times NL_q$  维矩阵, 定义  $SMSE_i$  是第  $i$  次迭代结果对应的  $SMSE$ ,  $SMSE_0 = \infty$ ,  $i = 0$ 。

迭代:

- 1) 根据式(8)和式(9)分别计算  $\bar{\mathbf{P}}_i$ 、 $\beta_i$  和  $\bar{\mathbf{W}}_i$ , 进而得到  $\mathbf{P}_i$  和  $\mathbf{W}_i$ ;
- 2) 更新  $i = i + 1$ , 并根据式(6)计算  $SMSE_i$ 。

停止准则: 当  $SMSE_i - SMSE_{i+1} < \epsilon$  时, 停止迭代。其中,  $\epsilon$  是预先设定的门限值。

## 4 串行搜索迫零算法

从式(4)所示的接收信号可以看出，多径信道对系统性能有着2方面的影响。一方面，期望信号经过多条路径到达接收端，能够增加其在接收信号中的能量；另一方面，多径信道会导致 ISI，降低系统性能。

所提出的基于 MMSE 准则的联合最优收发机能够同时兼顾这2方面的影响，但是它需要复杂的收发机迭代计算。这不仅将增加计算复杂度，也将增加信令开销；在时变信道下，这还将因信道过时从而导致系统性能的下降。

在频率选择性信道下的单载波 MIMO 系统中常用的 EBB<sup>[14]</sup>算法具有很低的计算复杂度，它采用  $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$  的  $S$  个最大特征值对应的特征向量作为发射端预编码，其中  $\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1^H, \dots, \mathbf{H}_L^H]^H$ 。不难看出，EBB 算法的目标是为了获取最大的期望信号接收能量，但是它完全忽略了 ISI 的影响，这将导致 EBB 算法在高信噪比时存在由于干扰导致的性能平台。

下面假定接收机采用不牺牲吞吐量性能的 MMSE 均衡器<sup>[15]</sup>，而后从抑制 ISI 的角度出发，提出一种低复杂度的串行搜索迫零算法 (ZF-SS)，可以在多径信道对系统性能的2方面影响之间进行有效的折衷。ZF-SS 算法包含2个核心部分：一是利用发射端多天线所提供的空间资源，采用迫零算法删除多径分量，从而减弱甚至消除 ISI；二是从最大化吞吐量的角度，选择应删除多少和哪些多径分量。

首先，考虑如何利用多天线所提供的空间自由度删除多径分量。

假设已经确定需要被删除的多径分量，其序号集合为  $\mathbf{S} = \{s_1, \dots, s_J\}$ ， $s_j \in \{1, \dots, L\}$ ， $j = 1, \dots, J$ ，相应多径分量构成的  $NJ \times M$  维信道矩阵为

$$\mathbf{H}_s = [\mathbf{H}_{s_1}^H, \dots, \mathbf{H}_{s_J}^H]^H \quad (10)$$

定义剩余的多径分量的序号集合为  $\mathbf{T}$ ，且  $\mathbf{T} \cup \mathbf{S} = \{1, \dots, L\}$ ， $\mathbf{T} \cap \mathbf{S} = \emptyset$  (空集)，其对应的多径分量构成的  $(NL - NJ) \times M$  维信道矩阵为  $\mathbf{H}_T$ 。

为了删除  $\mathbf{S}$  中包含的多径分量，需要找到  $\mathbf{H}_s$  的零空间。设  $\mathbf{H}_s$  的奇异值分解可以表示为

$$\mathbf{H}_s = \mathbf{U}_s [\mathbf{D}_s \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_s^H \\ \mathbf{V}_0^H \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中， $\mathbf{U}_s$  是  $NJ \times NJ$  维酉矩阵， $\mathbf{D}_s$  是  $NJ \times NJ$  维对

角矩阵， $\mathbf{V}_s$  和  $\mathbf{V}_0$  的维数分别是  $M \times NJ$  和  $M \times (M - NJ)$ 。因此， $\mathbf{V}_0$  即为  $\mathbf{H}_s$  的零空间。

剩余多径分量  $\mathbf{H}_T$  在  $\mathbf{H}_s$  的零空间上的等效信道为  $\mathbf{H}_T \mathbf{V}_0$ ，其维数为  $(NL - NJ) \times (M - NJ)$ 。为了获取最大的期望信号能量，需要将期望信号在  $\mathbf{H}_T \mathbf{V}_0$  的特征空间进行发送，因此可以得到发射端预编码具有以下结构：

$$\mathbf{P} = \mathbf{V}_0 \mathbf{V}_1 \quad (12)$$

其中， $\mathbf{V}_1$  是由  $\mathbf{H}_T \mathbf{V}_0$  的  $S$  个最大特征值对应的右奇异向量构成的  $(M - NJ) \times S$  维矩阵。

在确定发射端预编码  $\mathbf{P}$  以后，则由第3节的推导可得接收机的 MMSE 均衡器为

$$\mathbf{W} = \beta \bar{\mathbf{W}} = \mathbf{P}^H \mathbf{B}_k^H \left( \sum_i \mathbf{B}_i \mathbf{P} \mathbf{P}^H \mathbf{B}_i^H + \sigma^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \quad (13)$$

其中， $\bar{\mathbf{W}}$  由式(9)给出。

其次，考虑如何基于最大化系统可达数据率的准则确定需被删除的多径分量。

根据式(5)所示的期望信号的估计值，系统的可达数据率可以表示为

$$\begin{aligned} R &= \mathbf{I}(\hat{s}_k, s_k | \mathbf{W}, \mathbf{B}_i, \mathbf{P}) \\ &= \lg \det \left( \mathbf{I} + \mathbf{P}^H \mathbf{B}_k^H \mathbf{W}^H \left( \sum_{\substack{i=k-L+1 \\ i \neq k}}^{k+L_y-1} \mathbf{W} \mathbf{B}_i \mathbf{P} \mathbf{P}^H \mathbf{B}_i^H \mathbf{W}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{W} \mathbf{B}_k \mathbf{P} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

其中， $\mathbf{I}(\cdot)$  表示估计信号与期望信号之间的互信息量。

系统能够删除的多径条数  $J$  取决于多天线提供的空间自由度。由式(11)不难看出，为了保证  $\mathbf{H}_s$  存在零空间，也即  $\mathbf{V}_0$  的列数  $M - NJ$  大于零，要求  $J$  满足  $J \leq M/N$ 。同时为了进行数据传输，应至少保留一条多径分量，即  $J$  应满足  $J \leq L - 1$ 。因此，系统能够删除的多径条数满足：

$$J \leq J_M = \min \left( \frac{M}{N}, L - 1 \right) \quad (15)$$

考虑到多径信道对系统性能的2方面影响，删除尽可能多的多径分量通常并不能使系统的可达数据率最大。因此，需要确定应删除多少以及哪些多径分量。这个问题的最优解决方案是穷举搜索，它需要遍历  $\sum_{j=1}^{J_M} \binom{L}{j}$  种可能的组合，其巨大的搜索空间将导致很高的计算复杂度。将这种基于穷举搜索的迫零算法 (ZF-Exh) 作为性能基准，用于比较下面所提出的基于串行搜索的低复

杂度迫零算法 (ZF-SS)。

ZF-SS 算法的基本思路是基于已确定删除的多径分量, 迭代地从所有剩余的多径分量中每次选取一个新的多径分量, 迭代过程在满足某给定条件时停止。ZF-SS 的具体流程由表 2 给出。

表 2 ZF-SS 算法具体流程

定义: $S_j$ 和 $T_j$ 分别表示第 $j$ 次迭代时已选和剩余的多径分量的序号组合, 由式(12)给出的发射端预编码和由式(14)给出的系统可达数据率分别记为 $P(S_j)$ 和 $R(P(S_j))$ 。
初始化: 设置 $j=0$ , $S_0=\emptyset$ , $T_0=\{1,\dots,L\}$ , $R(P(S_0))=0$ 。
迭代:
1) 基于 $S_j$ , 从 $T_j$ 中挑选新的多径分量 $s_{j+1}$ :
$s_{j+1} = \arg \max_{l \in T_j} R(P(S_j \cup \{l\})) \quad (16)$
2) 更新 $S_{j+1} = S_j \cup \{s_{j+1}\}$ , $T_{j+1} = \{l \in T_j, l \notin S_{j+1}\}$ , $j = j+1$ , 并计算 $R(P(S_{j+1}))$ 。
停止准则: 当 $j = J_M$ 或者 $R(P(S_{j+1})) < R(P(S_j))$ 时, 停止迭代。

下面对 EBB 算法和提出的 ZF-SS 算法进行计算复杂度分析。

EBB 算法需要对  $M \times M$  维矩阵  $H^H H$  进行奇异值分解, 其计算复杂度为  $O(M^3)$ <sup>[16]</sup>。同时, 计算  $H^H H$  的复杂度为  $O(NLM^2)$ 。假设  $NL \geq M$ , 则 EBB 的计算复杂度为  $O(NLM^2)$ ; 否则, 其计算复杂度为  $O(M^3)$ 。在下面对 ZF-SS 算法的分析中, 假设  $NL \geq M$ 。

ZF-SS 算法的复杂度由其单次迭代复杂度和迭代搜索次数共同决定。下面将给出 ZF-SS 算法的单次迭代复杂度为  $O(MN^2L^3)$ , 它们主要来自于式(16)的计算。首先, 对于每一个  $l \in T_j$ , ZF-SS 算法需要通过奇异值分解分别计算  $V_0$  和  $V_1$ , 其计算复杂度分别为  $O((NJ)^2M)$  和  $O((NL - NJ)(M - NJ)^2)$ 。其次, 计算可达数据率  $R(P(S_j))$  需要进行矩阵求逆和矩阵乘积, 其计算复杂度为  $O((L_q + L)(NL_qMS))$ , 其中  $S \leq \min(M, N)$ 。假设  $M \geq N$  和  $O(L_q) = O(L)$ , 则计算  $R(P(S_j))$  的复杂度可近似为  $O(MN^2L^2)$ 。由于该项复杂度大于计算  $V_0$  和  $V_1$  的复杂度, 因此对于每一个  $l \in T_j$ , ZF-SS 算法的复杂度为  $O(MN^2L^2)$ 。同时考虑到  $T_j$  中包含的元素个数为  $O(L)$ , 从而可以获得单次迭代复杂度为  $O(MN^2L^3)$ 。由于 ZF-SS 算法的迭代搜索次数不超过  $J_M$ , 因此其复杂度的上限为  $O(J_M MN^2L^3)$ 。

由于 ZF-SS 算法不需要进行收发机的迭代运

算, 且具有较小的搜索空间, 因此其计算复杂度远小于 MMSE 算法和 ZF-Exh 算法。而 EBB 算法由于不需要进行迭代运算, 因此具有最低的计算复杂度。

## 5 仿真分析

本节对所提出的线性空间收发算法进行仿真分析。

假设每个时隙的发射功率为  $P$ , 信噪比的定义为  $SNR = P/\sigma^2$ 。多径信道采用抽头延迟线模型, 每条多径分量是能量服从归一化指数衰减的统计独立同分布的瑞利衰落信道。仿真中设置发射天线数  $M = 8$ , 接收天线数  $N = 2$ , 接收端均衡器长度等于多径条数  $L_q = L$ , MMSE 算法的迭代停止门限值  $\epsilon = 0.001$ 。由式(15)可知, 系统采用迫零算法可以删除的最大多径条数为  $J_M = \min(4, L - 1)$ 。因此, 如果  $L < 5$ , 则采用迫零算法能够完全消除多径信道带来的 ISI。否则, 迫零算法只能删除部分多径分量, 系统仍存在残留的 ISI。为了对这 2 种场景进行性能评估, 在仿真中我们分别设置多径信道的长度为  $L = 4$  和  $L = 6$ 。所有的结果都是对 100 次蒙特卡洛实验结果进行平均得到的。

图 3 和图 4 分别给出了多径信道的长度为  $L = 4$  时 4 种线性收发机算法的 SMSE 与可达数据率。在图 3 中, MMSE 算法具有最优的 SMSE 性能。EBB 算法在低信噪比时的性能稍优于 ZF 算法, 而在高信噪比时存在明显的 MSE 平台。这是因为在低信噪比时影响系统性能的主要因素是接收机白高斯噪声, EBB 算法能够最大程度地收集期望信号的能量, 因此其性能优于 ZF 算法; 而在高信噪比时影响系统性能的主要因素是多径信道导致的 ISI, 由于 ZF 算法能够有效地删除多径分量, 减弱 ISI, 因此具有更好的性能。所提出的低复杂度 ZF-SS 算法与基于穷举搜索的 ZF-Exh 算法的性能基本相同, 并且接近于 MMSE 算法的性能。

从图 4 中同样可以看出, 多径信道导致的 ISI 使 EBB 算法的可达数据率在高信噪比下出现平台。MMSE 算法和 2 种 ZF 算法相对于 EBB 具有明显的性能增益, ZF-SS 算法与 ZF-Exh 算法性能接近。当信噪比为 30dB 时, ZF-Exh 算法的可达数据率略高于 MMSE 算法。这是因为 MMSE 算法是在最小化 SMSE 意义下的最优算法, 它并不能获得最优的可达数据率, 而 ZF-Exh 算法基于最大化可达数据率准则挑选被删除的多径分量, 设计准则与评估指标的不同是导致该现象出现的原因。

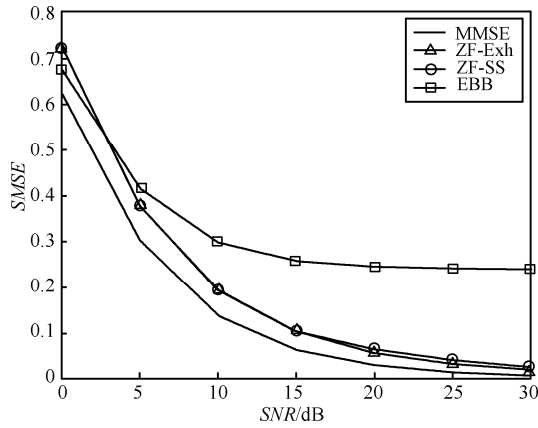


图 3 4 种收发机算法的 SMSE~SNR, L=4

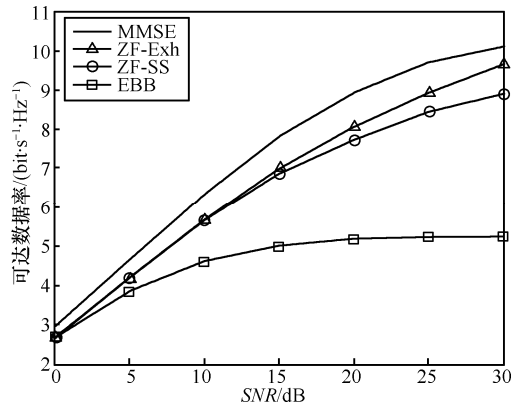


图 6 4 种收发机算法的可达数据率~SNR, L=6

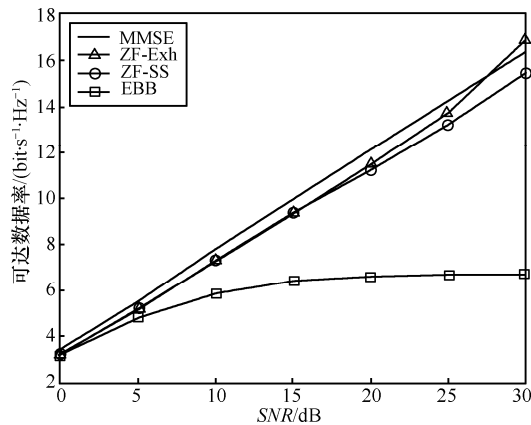


图 4 4 种收发机算法的可达数据率~SNR, L=4

图 5 和图 6 分别给出了多径信道的长度为  $L=6$  时 4 种线性收发机算法的 SMSE 与可达数据率。由于系统的空间自由度不能完全删除多径信道，因此与图 3 和图 4 相比，此时 ZF 算法与 MMSE 算法的性能差距增大。但是所提出的 ZF-SS 算法能够在多径信道对系统性能的两方面影响之间进行有效的折衷，因此相对于 EBB 算法，其 SMSE 与可达数据率均具有明显的性能增益。

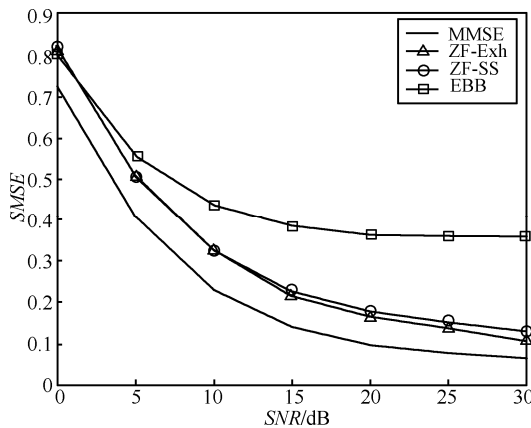


图 5 4 种收发机算法的 SMSE~SNR, L=6

## 6 结束语

本文研究了频率选择性信道下单用户多天线系统的线性空间收发机联合设计问题。

基于最小化 SMSE 准则，提出了一种通过收发机迭代实现的 MMSE 算法。在分析了多径信道对系统性能的两方面影响之后，提出一种给定 MMSE 接收机、利用空间资源删除多径分量的迫零预编码算法，并给出了一种基于串行搜索的低复杂度 ZF-SS 算法。

仿真结果表明，所提出的 MMSE 算法具有最优的 SMSE 性能，ZF-SS 算法能够以较低的计算复杂度达到接近 MMSE 算法的性能，相对于现有的 EBB 算法具有明显的性能增益。

## 附录 优化问题(7)的求解

下面对优化问题(7)进行求解。将  $\mathbf{W} = \beta \bar{\mathbf{W}}$  代入式(7)的目标函数，可以得到其拉格朗日方程为

$$\mathcal{L}(\beta, \bar{\mathbf{W}}, \mathbf{P}, \lambda) = \text{tr} \left( \beta^2 \bar{\mathbf{W}} \left( \sum_i \mathbf{B}_i \mathbf{P} \mathbf{P}^H \mathbf{B}_i^H + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \bar{\mathbf{W}}^H - \right.$$

$$\left. \beta \bar{\mathbf{W}} \mathbf{B}_k \mathbf{P} - \beta \mathbf{P}^H \mathbf{B}_k^H \bar{\mathbf{W}}^H + \mathbf{I} + \lambda (\text{tr}(\mathbf{P} \mathbf{P}^H) - P) \right) \quad (17)$$

其中  $\lambda$  为拉格朗日算子。最优的  $\beta$ 、 $\bar{\mathbf{W}}$ 、 $\mathbf{P}$  和  $\lambda$  应满足以下 KKT 条件：

$$\left. \begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \frac{\partial}{\partial \mathbf{P}} \mathcal{L}(\beta, \bar{\mathbf{W}}, \mathbf{P}, \lambda) = \mathbf{0} \\ \textcircled{2} \quad & \frac{\partial}{\partial \beta} \mathcal{L}(\beta, \bar{\mathbf{W}}, \mathbf{P}, \lambda) = \mathbf{0} \\ \textcircled{3} \quad & \frac{\partial}{\partial \bar{\mathbf{W}}} \mathcal{L}(\beta, \bar{\mathbf{W}}, \mathbf{P}, \lambda) = \mathbf{0} \\ \textcircled{4} \quad & \lambda (\text{tr}(\mathbf{P} \mathbf{P}^H) - P) = 0 \\ \textcircled{5} \quad & \lambda \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式(18)中的①和②分别可以进一步写为

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{P}} \mathcal{L}(\beta, \bar{\mathbf{W}}, \mathbf{P}, \lambda) = 2\beta^2 \sum_i \mathbf{B}_i^H \bar{\mathbf{W}}^H \bar{\mathbf{W}} \mathbf{B}_i \mathbf{P} - 2\beta \mathbf{B}_k^H \bar{\mathbf{W}}^H + 2\lambda \mathbf{P} = \mathbf{0} \quad (19)$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \mathcal{L}(\beta, \bar{\mathbf{W}}, \mathbf{P}, \lambda) = 2\beta \operatorname{tr} \left( \bar{\mathbf{W}} \left( \sum_i \mathbf{B}_i \mathbf{P} \mathbf{P}^H \mathbf{B}_i^H + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \bar{\mathbf{W}}^H \right) - \operatorname{tr}(\bar{\mathbf{W}} \mathbf{B}_k \mathbf{P}) - \operatorname{tr}(\mathbf{P}^H \mathbf{B}_k^H \bar{\mathbf{W}}^H) = 0 \quad (20)$$

由式(19)可得最优的  $\mathbf{P}$  可以表示为

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\beta} \left( \sum_i \mathbf{B}_i^H \bar{\mathbf{W}}^H \bar{\mathbf{W}} \mathbf{B}_i + \frac{\lambda}{\beta^2} \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{B}_k^H \bar{\mathbf{W}}^H \quad (21)$$

将式(19)左乘  $\mathbf{P}^H$  并对其结果取矩阵迹, 则可以得到:

$$2\beta^2 \operatorname{tr} \left( \mathbf{P}^H \sum_i \mathbf{B}_i^H \bar{\mathbf{W}}^H \bar{\mathbf{W}} \mathbf{B}_i \mathbf{P} \right) - 2\beta \operatorname{tr}(\mathbf{P}^H \mathbf{B}_k^H \bar{\mathbf{W}}^H) + 2\lambda \operatorname{tr}(\mathbf{P}^H \mathbf{P}) = 0 \quad (22)$$

将式(21)代入式(20)中的  $\operatorname{tr}(\bar{\mathbf{W}} \mathbf{B}_k \mathbf{P})$  和  $\operatorname{tr}(\mathbf{P}^H \mathbf{B}_k^H \bar{\mathbf{W}}^H)$ , 可知  $\operatorname{tr}(\bar{\mathbf{W}} \mathbf{B}_k \mathbf{P}) = \operatorname{tr}(\mathbf{P}^H \mathbf{B}_k^H \bar{\mathbf{W}}^H)$ , 则联合式(20)和式(22), 不难导出:

$$\beta^2 \sigma^2 \operatorname{tr}(\bar{\mathbf{W}}^H \bar{\mathbf{W}}) = \lambda \operatorname{tr}(\mathbf{P} \mathbf{P}^H) \quad (23)$$

由式(18)的④和⑤知最优的  $\mathbf{P}$  和  $\lambda$  应满足:  $\lambda > 0$ ,  $\operatorname{tr}(\mathbf{P} \mathbf{P}^H) = P$ , 因此上式变为

$$\frac{\lambda}{\beta^2} = \frac{\sigma^2 \operatorname{tr}(\bar{\mathbf{W}}^H \bar{\mathbf{W}})}{P} \quad (24)$$

将式(24)代入式(21), 即可得到式(8)所示的最优发射端预编码。由  $\operatorname{tr}(\mathbf{P} \mathbf{P}^H) = P$ , 不难得到  $\beta = \sqrt{\frac{\operatorname{tr}(\bar{\mathbf{P}}^H \bar{\mathbf{P}})}{P}}$ 。

最优的  $\bar{\mathbf{W}}$  应满足 KKT 条件式(18)中的③, 即

$$\frac{\partial}{\partial \bar{\mathbf{W}}} \mathcal{L}(\beta, \bar{\mathbf{W}}, \mathbf{P}, \lambda) = 2\beta^2 \bar{\mathbf{W}} \left( \sum_i \mathbf{B}_i \mathbf{P} \mathbf{P}^H \mathbf{B}_i^H + \sigma^2 \mathbf{I} \right) - 2\beta \mathbf{P}^H \mathbf{B}_k^H = \mathbf{0} \quad (25)$$

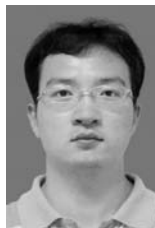
因此可得最优的接收机均衡器如式(9)所示。

参考文献:

[1] TELATAR E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels[J]. European Trans on Telecommunications, 1999, 10(5): 585-595.  
 [2] FOSCHINI G, GANS M. On limits of wireless communication in a fading environment when using multiple antennas[J]. Wireless Personal Communications, 1998, 6: 311-335.  
 [3] NAKHAI M. R. Multicarrier transmission[J]. IET Signal Processing, 2008, 2(1): 1-14.  
 [4] VAN NEE R, PRASAD R. OFDM Wireless Multimedia Communications[M]. Artech House, 2000.  
 [5] JUNTTI M, VEHKAPERÄ M, LEINONEN J, et al. MIMO

MC-CDMA communications for future cellular systems[J]. IEEE Communications Magazine, 2005, 43(2): 118-124.  
 [6] BERARDINELLI G, DETEMINO L A R, FRATTASI S, et al. OFDMA vs. SC-FDMA: performance comparison in local area IMT-A scenarios[J]. IEEE Wireless Commun Mag, 2008, 15(5): 64-72.  
 [7] KALBASIN R, FALCONER D D, BANIHASHEMI A H, et al. A comparison of frequency-domain block MIMO transmission systems[J]. IEEE Trans Veh Technol, 2009, 58(1): 165-175.  
 [8] MYUNG H, LIM J, GOODMAN D. Single carrier FDMA for uplink wireless transmission[J]. IEEE Veh Technol Mag, 2006, 1(3): 30-38.  
 [9] PALOMAR D, CIOFFI J, LAGUNAS M. Joint Tx-Rx beamforming design for multicarrier MIMO channels: A unified framework for convex optimization[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2003, 51(9): 2381-2401.  
 [10] MAI V, PAULRAJ A. MIMO wireless linear precoding[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(5): 86-105.  
 [11] CHI T, WEISS S. A design of precoding and equalisation for broadband MIMO systems[A]. Conference Record of the Forty-First Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers[C]. Pacific Grove, CA, 2007. 1616-1620.  
 [12] MCWHIRTER J, BAXTER P, COOPER T, et al. An EVD algorithm for Para-Hermitian polynomial matrices[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2007, 55(5): 2158-2169.  
 [13] SCAGLIONE A, STOICA P, BARBAROSSA S, et al. Optimal design for space-time linear precoders and decoders[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2002, 50(5): 1051-1063.  
 [14] PAUTLER J, AHMED M, ROHANI K. On application of multiple-input multiple-output antennas to CDMA cellular systems[A]. IEEE 54th Vehicular Technology Conference[C]. Atlantic City, NJ, 2001. 1508-1512.  
 [15] TSE D, VISWANATH P. Fundamentals of Wireless Communication[M]. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2005  
 [16] BAU D, TREFETHEN L N. Numerical Linear Algebra[M]. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, US, 1997.

作者简介:



韩圣千 (1981-), 男, 山东威海人, 北京航空航天大学博士生, 主要研究方向为 MIMO 系统及多小区协作通信中的信号处理。



杨晨阳 (1965-), 女, 浙江杭州人, 北京航空航天大学教授、博士生导师, 主要研究方向为 MIMO、UWB、无线传感网以及认知无线电中的信号处理。