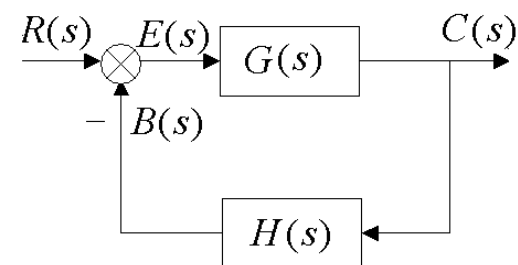
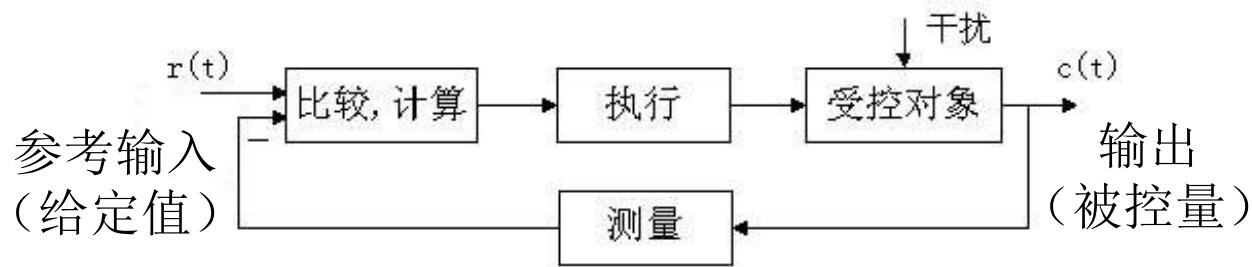


《自动控制基础》：古典控制理论复习

控制系统目标：使被控量（系统输出）按指定的规律（系统输入）变化

输出反馈控制：单输入-单输出、线性、时不变、连续/采样控制系统



$G(s)$ 为前向传递函数； $G(s)H(s) = \frac{B(s)}{E(s)}$ 为开环传递函数；

$H(s) = 1$ 时，前向传递函数 = 开环传递函数

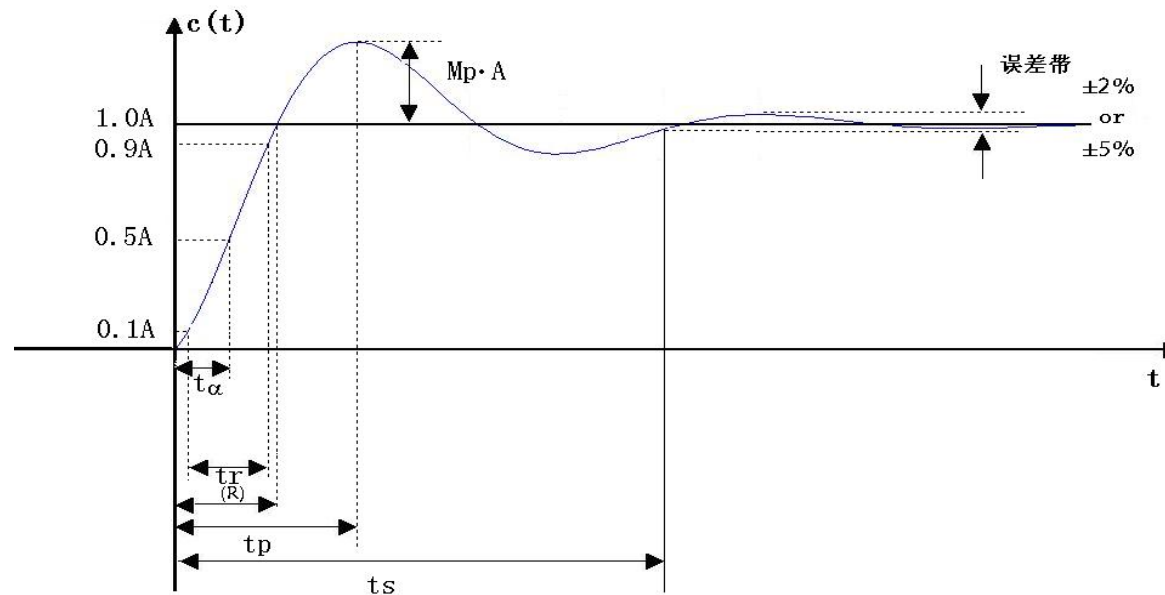
$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$ 为闭环传递函数。

● 对控制系统的性能要求

系统受到给定值作用之后，被控量随时间变化并趋于一定规律的全过程称系统的动态特性。

● 动态过程中基本问题：稳（稳定+平稳）、快、准

输出响应 = $\underbrace{\text{瞬态响应}}_{\substack{\text{反映动态性能} \\ \text{稳与快}}} + \underbrace{\text{稳态响应}}_{\substack{\text{反映稳态性能} \\ \text{准} (e_{ss})}}$



时域分析法

- 控制系统在 $r(t)$ 作用下 $c(t)$ 随时间变化的情况分析 — 时域分析。

- 典型控制过程及性能指标

一. 典型的初始状态

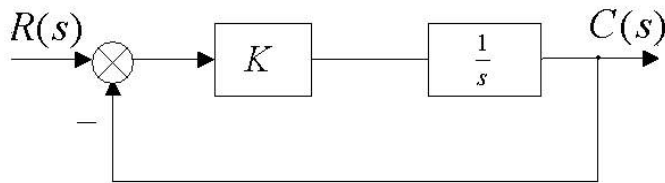
二. 典型的输入信号

阶跃信号（最差情况）、斜坡信号（速度信号）、加速度信号

三. 阶跃响应的性能指标

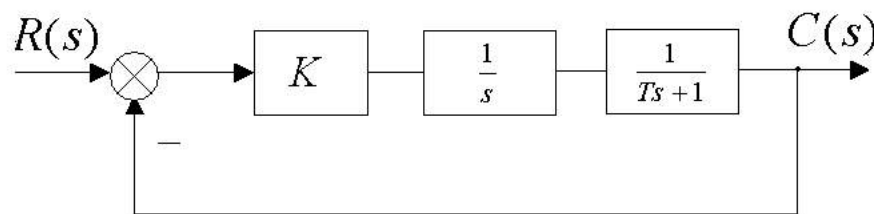
- 瞬态响应分析

一、二阶系统



传递函数: $T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\frac{1}{K}s + 1} = \frac{1}{Ts + 1} \quad , \quad \begin{cases} K > 0 \\ T > 0 \end{cases}$

二、二阶系统



闭环传递函数: $T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{Ts^2 + s + K}$ ——物理意义

标准形式: $T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{(s - s_1)(s - s_2)}$ ——数学特性

$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{T}} > 0$; 无阻尼振荡频率; $\xi = \frac{1}{2\sqrt{KT}} > 0$; 阻尼比

单位阶跃响应

(1) 欠阻尼二阶系统 ($0 < \xi < 1$)

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_d; \text{ 共轭复根}$$

$$c(t) = \left[1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot \sin(\omega_d t + \beta) \right] \cdot U(t), \quad \text{其中 } \beta = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} = \arccos \xi$$

● 性能

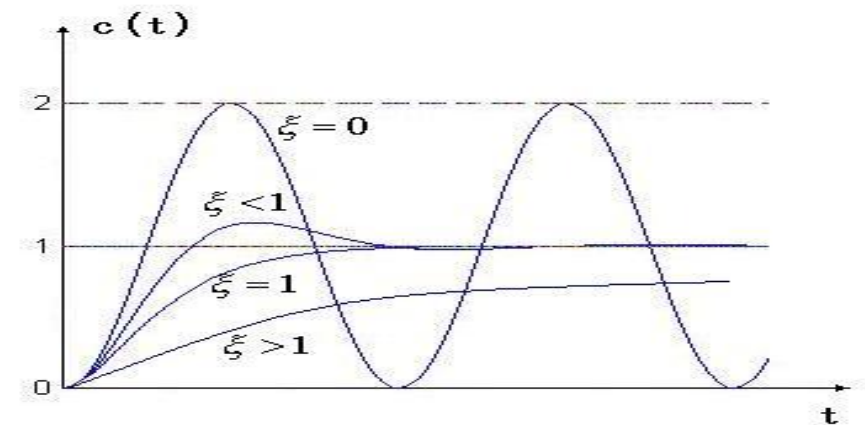
$$\text{上升时间: } t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}; \quad \text{峰值时间: } t_p = \frac{\pi}{\omega_d}; \quad \text{调整时间: } t_s = \begin{cases} 4 / \xi\omega_n & 2\% \Delta \\ 3 / \xi\omega_n & 5\% \Delta \end{cases}$$

$$\text{最大超调量: } M_p = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\% = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \times 100\%$$

(2) 临界阻尼二阶系统($\xi = 1$)——是否振荡的界

(3) 过阻尼系统($\xi > 1$)

(4) 零阻尼系统($\xi = 0$)——稳定与否的界



三、高阶系统的时域分析

假设： • 物理可实现— $n \geq m$ ； • 便于讨论—设无重极点，设可以因式分解

$$C(s) = \frac{b_m \prod_{i=1}^q (s + Z_i) \prod_{i=1}^l (s^2 + 2\xi_{mi}\omega_{mi}s + \omega_{mi}^2)}{\prod_{i=1}^k (s + Z_i) \prod_{i=1}^r (s^2 + 2\xi_{ni}\omega_{ni}s + \omega_{ni}^2)} \cdot \frac{1}{s} = \frac{a}{s} + \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{s + p_i}$$

$$(A_k)_{k \neq n} = \frac{K \cdot \prod_{i=1}^m (p_k - Z_i)}{p_k \prod_{i=1}^{k-1} (p_k - p_j) \cdot \prod_{j=k+1}^n (p_k - p_j)}$$

● 稳定性分析

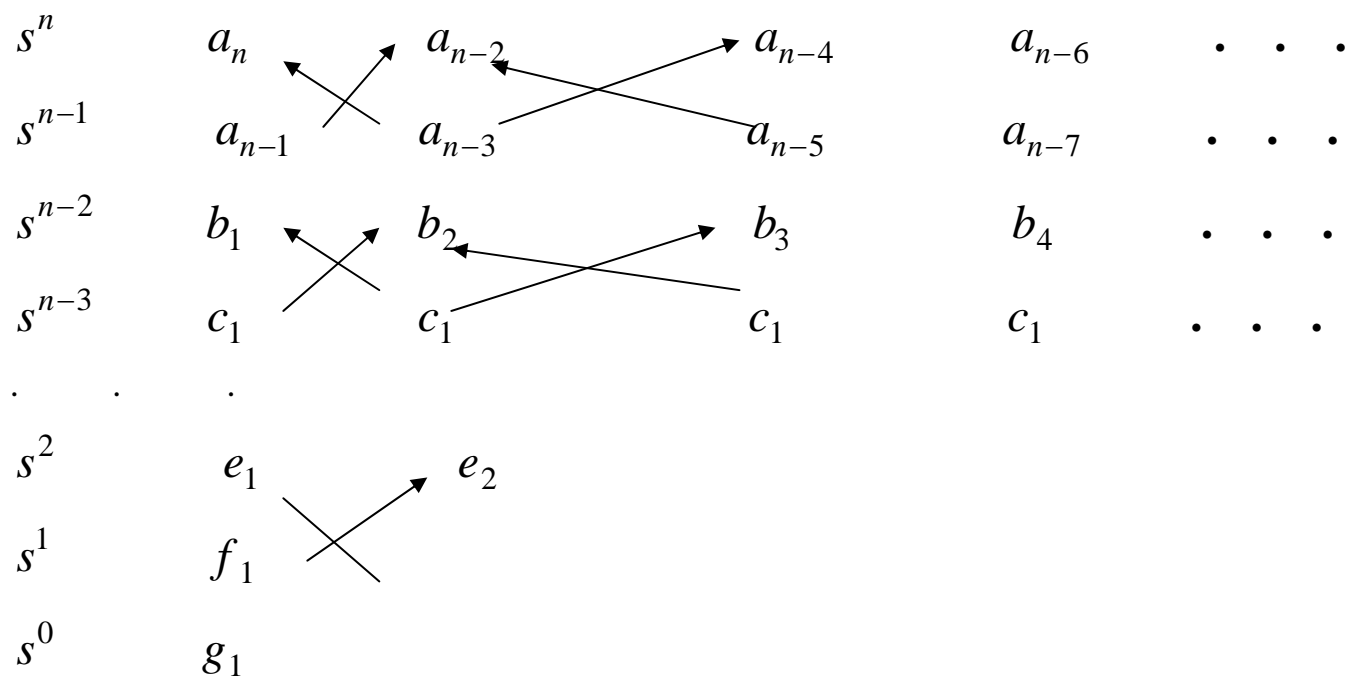
一、稳定的概念及数学条件

1. 概念：瞬态响应 $c_1(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$

2. 数学条件：稳定 \Leftrightarrow 所有闭环极点都在 s 平面虚轴之左。

二、劳斯稳定判据

- 稳定的必要条件： $a_i > 0, i = 1, \dots, n$ （若 $a_n < 0$ ，方程系数全乘以 -1）
- 稳定的充分必要条件——劳斯稳定判据



注意：交叉乘法的次序与行列式相反；首先判断 $a_i > 0$ 是否成立，若满足再用劳斯表判断；

劳斯数列中的第一列全部为正数且不能为零。若第一列中系数符号不同，则符号改变的次数等于系统在右半平面极点的个数。

● 稳态误差分析

一. 稳态误差的定义与计算

基本定义:

$e(t) = r(t) - c(t)$ —— 系统误差响应, 反映系统在跟踪 $r(t)$ 整个过程中的精度。

在求稳态误差 e_{ss} 之前, 首先要判稳定性。

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \stackrel{\text{终值定理}}{=} \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

二. 稳态误差分析

1. 系统的型别 N

开环传递函数 $G(s)H(s) = \frac{k(\tau_1 s + 1) \cdots (\tau_2^2 s^2 + 2\xi' \tau_2 s + 1) \cdots}{s^N (T_1 s + 1) \cdots (T_2^2 s^2 + 2\xi T_2 s + 1) \cdots}$

2. $r(t)$ 作用下的 e_{ss} 与系统结构的关系

=====

根轨迹法 (复数域分析法)

● 根轨迹与根轨迹方程

一般根轨迹：当开环增益 K 从 $0 \rightarrow \infty$ 变化时，闭环极点在 S 平面上移动的轨迹。

开环传递函数：

$$G(s)H(s) = \frac{K^* \prod_{i=1}^{m_g} (s - z_{gi}) \prod_{i=1}^{m_h} (s - z_{hi})}{\prod_{i=1}^{n_g} (s - p_{gi}) \prod_{i=1}^{n_h} (s - p_{hi})} \quad \text{—— } K^* = K_G^* \cdot K_H^* \text{ 为开环系统的根轨迹增益。}$$

根轨迹方程：满足 $G(s)H(s) = -1$ 的 s 值，必是根轨迹上的点。

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{K^* \prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)} = 1 & \text{—— 模值方程} \\ \sum_{i=1}^m \angle(s - z_i) - \sum_{i=1}^n \angle(s - p_i) = (2k + 1)\pi & \text{—— 相角方程} \end{array} \right. \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \text{ 相角为奇数个 } \pi$$

● 绘制根轨迹的基本法则

分支数、对称于实轴、起点与终点、实轴上的根轨迹、渐近线、起始角与终止角、分离点（或会合点的坐标）、虚轴的交点

● 控制系统的根轨迹分析

用闭环零极点表示的阶跃响应解析式

由开环 $G(s)H(s)$ \rightarrow 闭环极点的根轨迹

$\xrightarrow{\text{对某}K^*}$ 求闭环极点 $\xrightarrow{+ \text{零点}}$ 确定闭环传函 $\xrightarrow{+r(t)}$ 闭环系统动态性能

利用主导极点估算系统性能指标

根轨迹在校正中的应用

校正问题：若所希望的闭环极点不在根轨迹上，应如何选择校正装置 $G_c(s)$ ，使根轨迹在合适的增益 K 值下通过给定的点。 \rightarrow 需研究系统的根轨迹在加入 $G_c(s)$ 时的变化规律。

增加开环极点、开环零点对系统根轨迹的影响

● 广义根轨迹

闭环特征方程 $1 + G(s)H(s) = 0$ 随某参量 β 变化的根轨迹——广义根轨迹。

$$G(s)H(s) + 1 = \frac{K^* \cdot \prod_{i=1}^m (s - Z_i)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)} + 1 \quad \text{——一般根轨迹}$$

$$G(s)H(s) + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{C \cdot \beta \cdot \prod_{i=1}^{m_1} (s - Z_{\beta i})}{\prod_{i=1}^n (s - p_{\beta i})} + 1 = 0$$

即构造新的系统，其开环增益为 $C \cdot \beta$ ，而闭环特征方程与原系统相同。

频域分析法

● 频率特性

一、定义：系统正弦稳态响应与其输入量之比称为系统的频率特性

在系统 $G(s) = \frac{\theta(s)}{(s + p_1) \cdots (s + p_n)}$ 输入端加一个正弦信号： $r(t) = R_m \cdot \sin \omega t$

若系统 $G(s)$ 稳定, 则稳态响应为: $y_{ss}(t) = R_m \cdot |G(j\omega)| \cdot \sin(\omega t + \phi) = Y_m \cdot \sin(\omega t + \phi)$

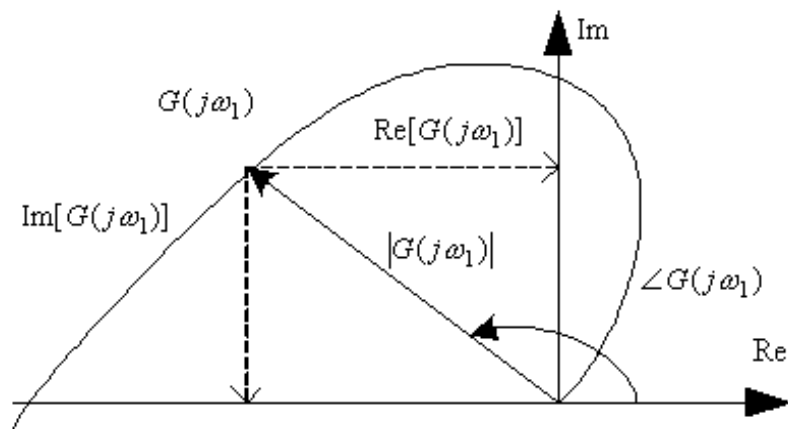
对稳定的线性定常系统, 加入一个正弦信号, 其稳态响应也是一个同频率的正弦信号。

其幅值是输入正弦信号幅值的 $|G(j\omega)|$ 倍, 其相移为 $\phi = \angle G(j\omega)$ 。 $G(j\omega) = |G(j\omega)| \angle G(j\omega)$:

二. 表示方法

$$G(j\omega) = |G(j\omega)| \angle G(j\omega) = A(\omega) e^{j\phi(\omega)}, \quad \omega: 0 \rightarrow \infty$$

极坐标图 (奈奎斯特图): ω 从 $0 \rightarrow \infty$ 变化时矢量 $G(j\omega)$ 的端点在复平面上的运动轨迹



1. 对数频率特性 (伯德图)

对数幅频特性: $L(\omega) = 20 \lg A(\omega) \sim \omega(\lg \omega)$; 相频特性: $\phi(\omega) \sim \omega(\lg \omega)$

● 基本性质

①串联环节总的对数幅频、相频特性 $L(\omega) = L_1(\omega) + \dots + L_n(\omega)$, $\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \dots + \varphi_n(\omega)$

②互为倒数的传递函数, 其 $L(\omega)$ 、 $\varphi(\omega)$ 均以横坐标成镜像对称。

典型环节的频率特性

比例环节、积分环节、微分环节、惯性环节、一阶微分环节、振荡环节、二阶微分环节

● 开环系统的频率特性

一. 开环系统的极坐标图

$$G(j\omega) = \frac{K_0(1+j\omega\tau_1)(1+j\omega\tau_2)\cdots(1+j\omega\tau_m)\cdots}{(j\omega)^N(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)\cdots(1+j\omega T_{n-N})\cdots}$$

由 N 决定 $\omega \rightarrow 0$ 时的形状; 由 $m - n$ 决定 $\omega \rightarrow \infty$ 时的形状

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \angle G(j\omega) = (m - n) \angle 90^\circ; \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} |G(j\omega)| = \begin{cases} 0 & m < n \\ K_0 & m = n \end{cases}$$

二. 开环系统的伯德图

1. 将 $G(j\omega)$ 写成典型环节之积、找出各环节的转角频率
2. 画出各环节的渐近线、在转角频率处修正渐近线得各环节曲线
3. 将各环节曲线相加即 $G(j\omega)$ 的波特图

● 频域稳定判据

奈奎斯特稳定判据

若开环传函 $G(s)H(s)$ 在 s 的右半平面有 p 个极点,则为了使闭环系统稳定,当 ω 从 $-\infty \sim +\infty$ 变化时, $G(j\omega)H(j\omega)$ 的轨迹必反时针包围 GH 平面上的 $(-1+j0)$ 点 $N=p$ 次。即 $z = p - N = 0$

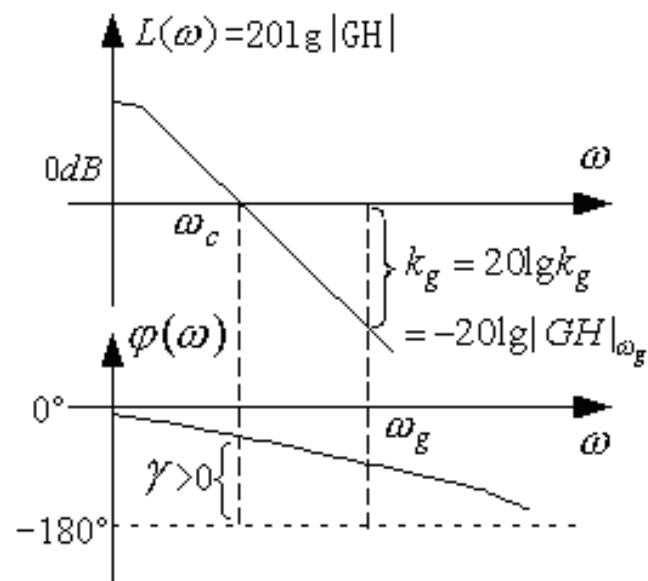
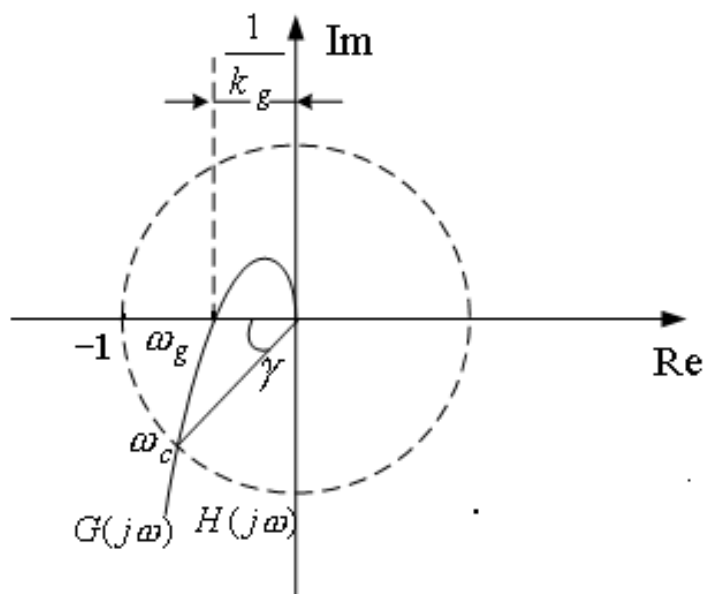
而 z —闭环传递函数在 s 右半平面的极点数。

p —开环传函在 s 右半平面的极点数。 N — $G(j\omega)H(j\omega)$ 绕 $(-1+j0)$ 点逆时针转的次数。

对数判据

若开环系统稳定($p=0$),则闭环系统稳定的充要条件是:在 $L(\omega) > 0dB$ 的所有频段内, $\varphi(\omega)$ 正负穿越 -180° 线的次数差为0。

稳定裕度

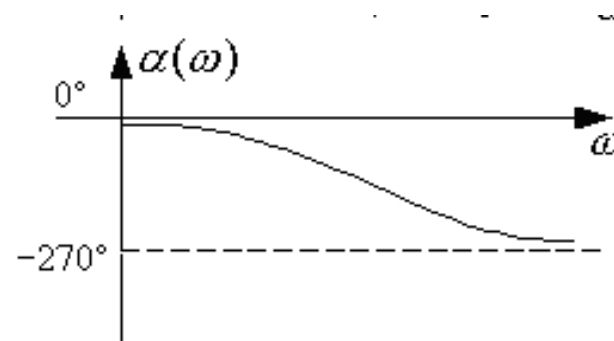
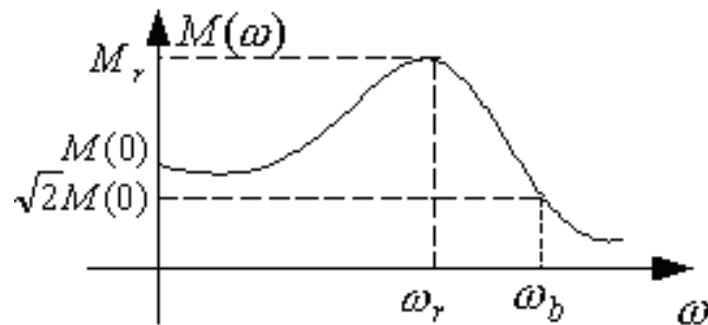


相位裕度 γ ：极坐标图 $|G(j\omega)H(j\omega)|=1$ 的矢量与负实轴的夹角；对数图上 $20\lg|GH|=0$ 处 $\varphi(\omega)$ 与 $-\pi$ 的差

增益裕度 k_g ： $\frac{1}{|G(j\omega_g)H(j\omega_g)|}$ ；对数图上 $\varphi(\omega)=-180^\circ$ 时的 $-L(\omega_g)$

● 闭环系统频率特性

一. 闭环频率特性及性能指标



二. 从开环频率特性研究闭环系统的动态性能

✚ 最小相位系统

右半平面上无零极点的传递函数，其幅频特性与相频特性之间存在着严格确定的联系。

✚ 开环频率特性的低频段决定稳态性能

✚ 开环频率特性的中频段决定稳定性

✚ 高频段决定对高频干扰的抑制

● 校正方法

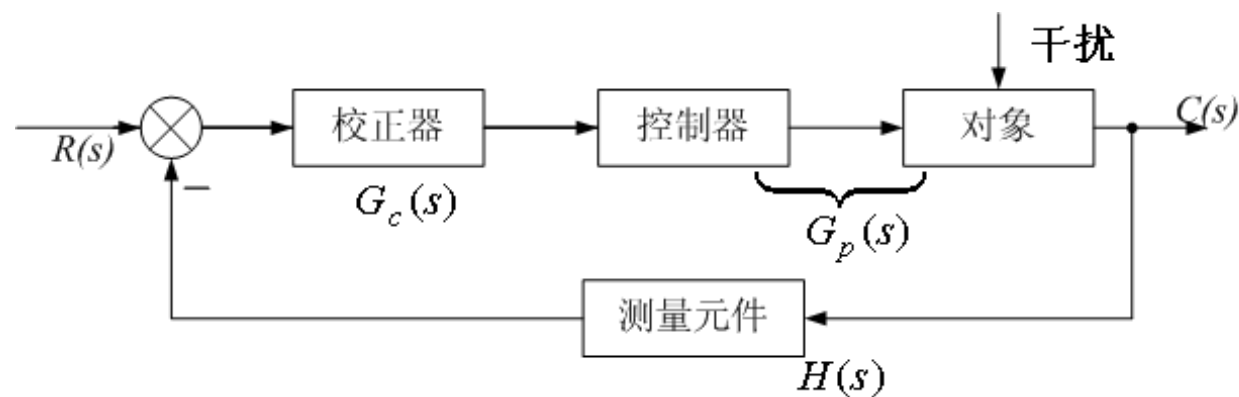
一、校正的概念

给系统附加一些具有某种典型环节特性的元件，有效地改善整个系统的控制性能，达到指标的要求，即为校正。这一附加的部分称为校正元件。

■ 串联校正

$G_c(s)$ 又分：

- 超前网络校正器
- 滞后网络校正器
- 滞后—超前网络校正器



二、串联校正方法

- 超前校正——加开环零点可提供超前相位
作用是提供一个超前相位。

$$\therefore G_c(s) = \alpha \cdot \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = \frac{s+1/T}{s+1/\alpha T}$$

- 伯德图 —— 为高通滤波器

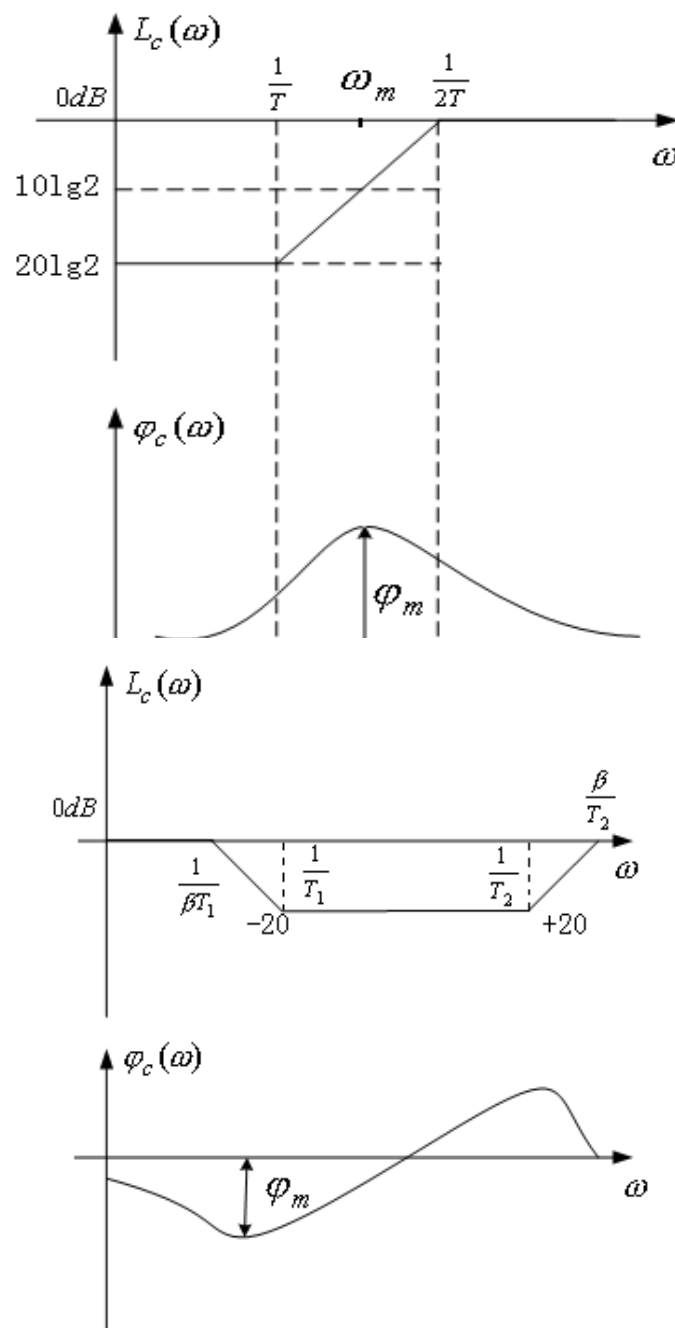
- 滞后校正

$$G_c(s) = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{s+1/T}{s+1/\beta T} = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1}$$

- 伯德图 —— 为低通滤波器

- 滞后—超前校正

$$G_c(s) = \frac{(s+1/T_1)(s+1/T_2)}{(s+1/\beta T_1)(s+1/\alpha T_2)}$$



采样控制系统

● 信号的采样和恢复——与连续系统的区别

一. 信号采样（同步、等速率采样）

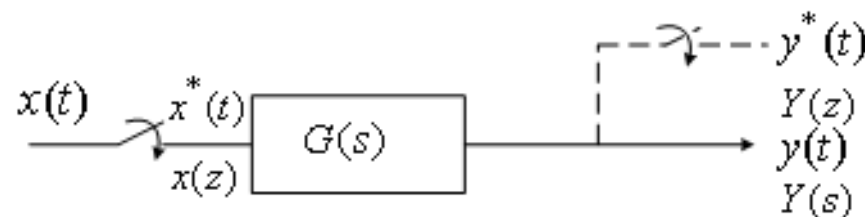
取 $f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) \cdot \delta(t - kT) = f(t) \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT) = f(t) \delta_T(t)$ ——理想采样过程的数学描述

二. 采样定理

$$\omega_s \geq 2\omega_{\max} \quad (\text{or } T_s < \pi / \omega_{\max})$$

三. 信号的恢复

理论：理想低通滤波器；工程：保持器



开环采样系统

● 脉冲传递函数

图中 $G(s)$ 为对象的传递函数。连续信号 $x(t)$ 采样为离散脉冲序列 $x^*(t)$ 加在连续对象 $G(s)$ 上， $Y(z)$ 与 $X(z)$ 的关系 \rightarrow 求 $y(kT)$ ，进而求 $Y(z)$ ：

$$Y(z) = \sum_{k=0}^{\infty} y(kT)z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} g(kT)z^{-k} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)z^{-k} = G(z) \cdot X(z)$$

—— $G(z) = Y(z)/X(z) = Z\{L^{-1}[G(s)]\}$ 仅由对象本身的特性决定而与输入信号无关。

由 $G(z)$ 可求 $Y(z) \rightarrow y(kT)$ ——

即只能给出输出信号的一连串离散数值 $y(kT)$ ，而不能给出连续信号本身。初始条件为零

时， $G(z) = Y(z)/X(z)$ 即为脉冲传递函数。

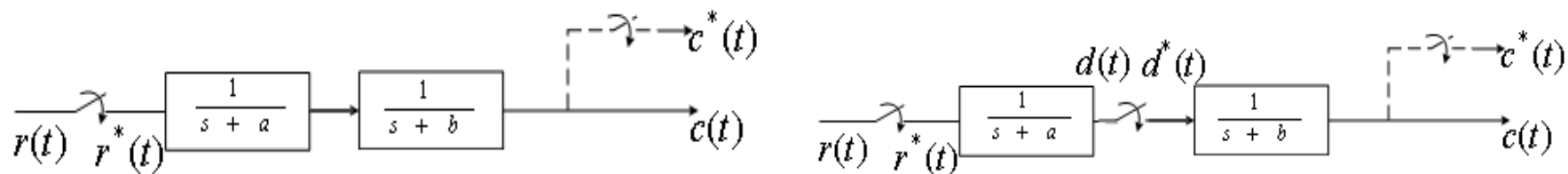
二. $G(z)$ 的求法

1. 常规法:

① $G(s)$ 求 $g(t) = L^{-1}[G(s)]$, ② 对 $g(t)$ 采样求 $g(kT)$, ③ $G(z) = Z[g(kT)]$

2. 留数法: $G(z) = \sum \left[G(s) \frac{z}{z - e^{Ts}} \right]$ 在 $G(s)$ 极点上的留数

三. 串联环节的 Z 传递函数



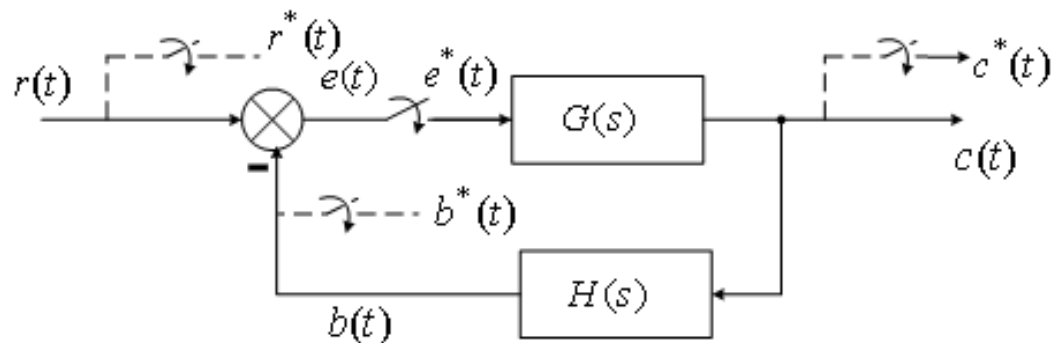
$$G_a(z) = \frac{1}{b-a} \left[\frac{z(e^{-aT} - e^{-bT})}{(z - e^{-aT})(z - e^{-bT})} \right] = G_1 G_2(z); \quad G_b(z) = G_1(z) G_2(z) = \frac{z^2}{(z - e^{-aT})(z - e^{-bT})}$$

可见, $G_1 G_2(z) \neq G_1(z) G_2(z)$

四. 闭环系统脉冲传函

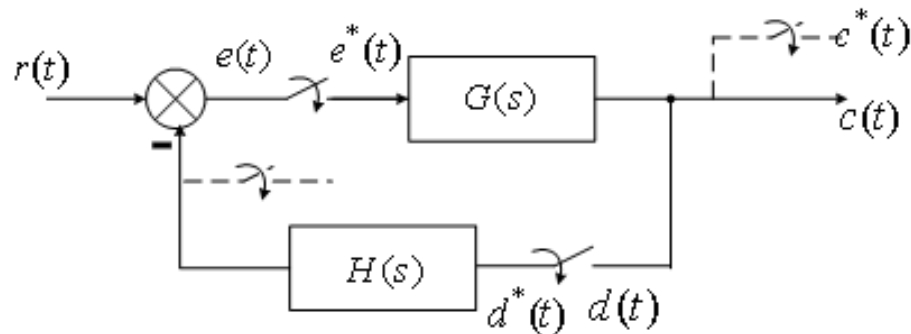
[系统一]

$$\therefore T(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + GH(z)}$$



[系统二]

$$\therefore T(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + G(z)H(z)}$$



● 采样系统的性能分析

一. 稳定性

采样系统稳定的充要条件：闭环系统的特征根全部位于 z 平面的单位圆内。

✚ w 平面的劳斯稳定判据。

思路：找一种新的变换，使 z 平面的单位圆映射到一个新平面的虚轴之左，在此平面上可用劳斯判据，此平面即为 w 平面。

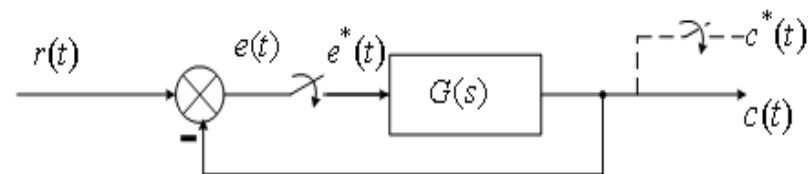
作双线性变换： $z = \frac{w+1}{w-1}$ (或 $\frac{1+w}{1-w}$) $\rightarrow w = \frac{z+1}{z-1}$ (或 $\frac{z-1}{z+1}$)

二. 采样瞬时的稳态误差

误差传递函数： $E(z) = \frac{R(z)}{1+G(z)}$

在系统稳定的条件下，由终值定理：

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)E(z) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \cdot \frac{R(z)}{1+G(z)}$$



1. 系统型别:

$$G(z)H(z) = \frac{1}{(z-1)^N}$$

2. 静态误差函数

$$K_p = \lim_{z \rightarrow 1} G(z), \quad K_v = \frac{1}{T} \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)G(z), \quad K_a = \frac{1}{T^2} \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)^2 G(z)$$

3. $r(t)$ 作用下采样端点时刻的稳态误差

三. 瞬态特性分析: 采样系统的时域解法

$$Y(z) = T(z) \cdot R(z) \rightarrow \text{长除法展成幂级数 } Y(z) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i z^{-i}$$

$$y^*(t) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \delta(t - iT) \rightarrow \text{画出瞬态响应曲线, 求性能指标。}$$

《本科专业研讨课》-无线网络的前生今世：9-16 周/周五 7-8 节 F224

无线通信正处于前所未有的变革时代。面向 5G 的新技术目前已经成为国内外研究的热点，更是我国高技术重要战略发展方向之一。

大三学生一直在学习课程，即便参加过一些科技竞赛，对学科背景、需求和发展并不了解，以至于在真正参加科研项目后缺乏感性认识、起步缓慢、甚至对自己的科研能力没有信心。另外，由于缺乏正确、必要的引导，不少学生在选择自己职业发展方向时非常盲目，一些基础很好的学生盲目出国，最后只获得硕士学位，浪费了他们自己的天赋，更浪费了学校的本科教育资源。因此，非常需要这样的学科研讨课程为学生建立对科研的正确认识，培养学生的科研兴趣，引导学生主动思考，培养学生综合利用多学科知识的能力，发展理性思维能力与批判、思辨和创新能力。

本课程通过回顾无线通信的发展历程与学术理念，介绍新概念、新技术的不同思路、视角与方法并与学生进行研讨，培养学生综合利用多学科知识的能力，发展理性思维能力与批判、思辨和创新能力，引导学生养成主动思考、分析前沿趋势的习惯。